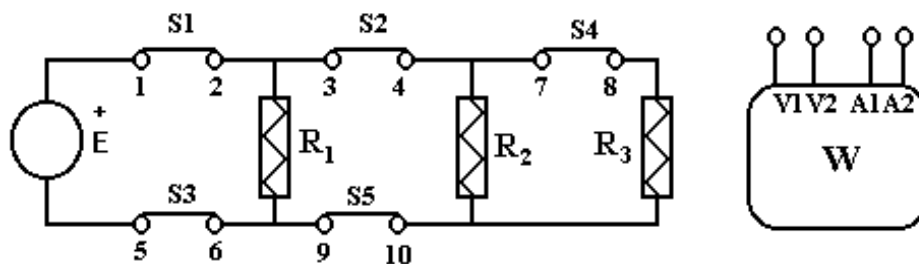


**PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD DE 2005**

**EXAMEN DE JUNIO DE 2005. MATERIA: ELECTROTECNIA**

**C1) En el circuito de la figura una fuente de tensión senoidal está alimentando a tres resistencias  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$ . Un alumno utiliza el vatímetro  $W$  para hacer una serie de lecturas de potencia. Indica qué medirían esas lecturas si efectúa las conexiones siguientes del aparato en los puntos del circuito:**

- a) V1 y 1; V2 y 5; A1 con 3; A4 con 4; se abre el interruptor S2. (1.0 p)  
 b) V1 y 1; V2 y 5; A1 con 1; A4 con 2; se abren S1 y S3. (1.0 p)



**Solución:**

- a) V1 y 1; V2 y 5; A1 con 3; A4 con 4; se abre el interruptor S2

Las tres resistencias del circuito están conectadas en paralelo (la tensión en los puntos 1-5, 3-9 y 7-10 es la misma). Con la bobina de tensión del vatímetro estamos midiendo esta tensión. Al intercalar la bobina amperimétrica del vatímetro entre 3-4 (y abrir el interruptor S2) estamos midiendo la intensidad que se suministra a  $R_2$  y  $R_3$ . En definitiva, medimos la potencia consumida por las resistencias  $R_2 + R_3$ .

- b) V1 y 1; V2 y 5; A1 con 1; A4 con 2; se abren S1 y S3.

Si se abren los interruptores S1 y S3 estamos desconectando la fuente de tensión E. La conexión de la bobina amperimétrica entre 1 y 3 cierra el circuito por los terminales 1 y 3, pero no solucionan el problema de la apertura del interruptor S3 (el circuito sigue abierto). En resolución, no estamos midiendo nada (0 W) pues el circuito está abierto.

**C2) ¿Qué diferencia existe entre un elemento pasivo y otro activo de un circuito eléctrico? Pon dos ejemplos de cada uno de ellos e indica si es activo o pasivo. (2.0 p)**

**Solución:**

La diferencia entre un elemento activo y uno pasivo es que los segundos (fuentes de tensión e intensidad) pueden generar potencia de una manera permanente (horas, días, semanas),

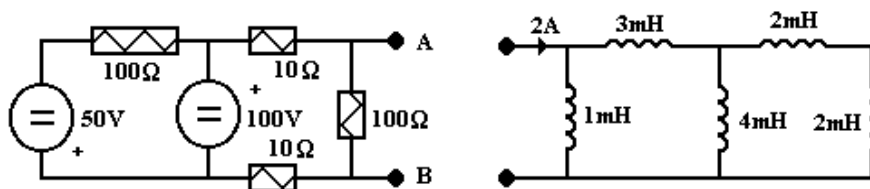
pero los segundos siempre consumen potencia (resistencias) o sólo en ciertos momentos son capaces de generar (bobinas, condensadores).

Hay que tener en cuenta que los elementos activos a veces pueden también consumir (una central de bombeo, o la batería de un coche cuando se carga).

Ejemplos de elementos pasivos: aparte de los ya citados (R, L y C), por ejemplo una bombilla, un radiador eléctrico de aceite, un frigorífico,...

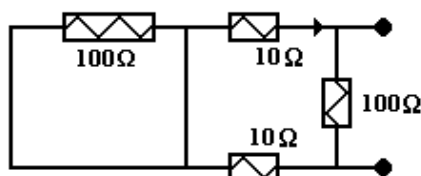
Ejemplos de elementos activos: una pila, la batería de un móvil o el alternador de un coche, la dinamo de una bicicleta, una fuente del laboratorio de electrotecnia, un "enchufe" de nuestra casa, el generador de una central nuclear...

- C3) Dado el circuito mostrado en la figura inferior izda., determina entre A y B:**
- a) La impedancia equivalente o de entrada. (1.0 p)
  - b) La tensión de vacío. (1.0 p)

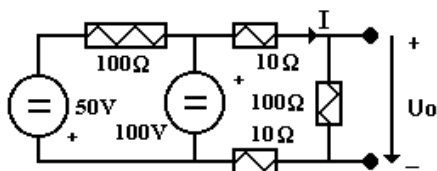


**Solución:**

- a) Reducción del circuito sin fuentes (ver figura)  $R_{eq} = 16,67 \Omega$

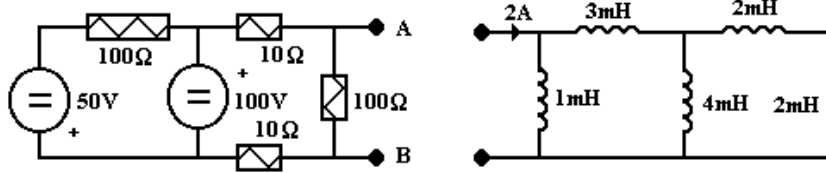


- b) Cálculo de la tensión  $U_0 = 83 \text{ V}$  en el circuito de la figura



**C4) En la figura inferior derecha, se alimenta a conjunto de bobinas mediante una intensidad senoidal de valor  $I=2\text{A}$  (eficaces). Determine:**

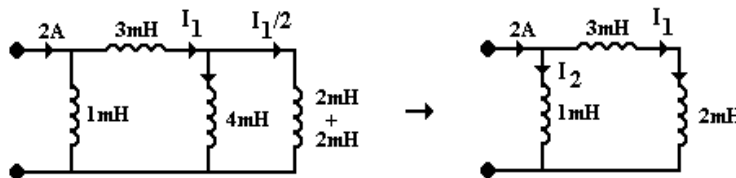
- a) La intensidad que soporta cada bobina en función de I. (1.0 p)
- b) La energía total almacenada por las bobinas (en forma de campo magnético). (1.0 p)



**Solución:**

a) La intensidad que soporta cada bobina en función de I.

Las dos bobinas de 2mH que tenemos a la derecha pueden reducirse a una bobina equivalente (serie) de  $L_e = 2 + 2mH$ . Esta nueva bobina  $L_{eq}$  queda en paralelo con la bobina de 4mH (véase la figura).



El equivalente de estas dos ( $L_{eq}$ ) viene dada por la fórmula:

$$L_{eq} = \frac{L_e (4mH)}{L_e + 4mH} = 2mH$$

Podemos ver ahora que tenemos dos bobinas en serie ( $L_{eq}$  y 3mH) en paralelo con una bobina de 1mH, es decir dos elementos en paralelo. Cuando tenemos dos elementos en paralelo (en este caso bobinas), alimentados por una intensidad común (2A), ésta se reparte de manera inversamente proporcional a los valores de las impedancias (\*Nota\*) de los elementos (en este caso de las inductancias en mH de las bobinas) por medio de la siguiente expresión:

$$I_1 = \frac{1m}{(3m + 2m) + 1m} 2 A = 1/3 A$$

y a partir del valor de  $I_1$ , podemos obtener  $I_2$  aplicando la primera Ley de Kirchoff o bien aplicando de nuevo la fórmula del divisor de intensidad:

$$I_2 = 2A - I_1 \text{ o bien } I_2 = \frac{3m + 2m}{(3m + 2m) + 1m} 2 A = 2/3 A$$

Es evidente que en las bobinas de 4mH y  $L_e$  (también de 4mH) al ser del mismo valor circulará la misma intensidad, es decir,  $I_1/2 = 1/6 A$

(\*Nota\*): Sugerencia, intenta resolver la cuestión, cambiando las bobinas por condensadores ¿Cómo cambian las fórmulas del divisor de intensidad y el valor de las intensidad en cada uno de los condensadores?

**b) La energía total almacenada por las bobinas (en forma de campo magnético)**

La energía almacenada en una bobina en forma de campo magnético viene dada por la expresión:

$$w_L = \frac{1}{2} L I^2 ; w_L(t) \& w_L(t_0) = \frac{1}{2} (I^2(t) \& I^2(t_0))$$

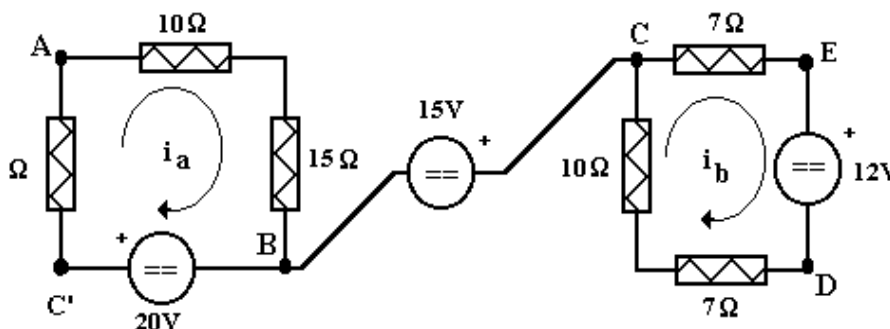
Si reducimos en el último circuito las bobinas de 1mH y de (3m+2m)H a una única bobina (al estar estas en paralelo) podemos obtener la bobina equivalente de todas las anteriores  $L_{Total}$

$$L_{Total} = \frac{1m(5m)}{1m+5m} = 5/6 \text{ mH}$$

y sustituyendo en la ecuación anterior obtenemos el valor de la energía total almacenada  $w = 1,67 \text{ mJ}$

**P1) El circuito eléctrico de la figura, cuyas fuentes de tensión trabajan en continua, se encuentra en régimen de funcionamiento permanente. Con estos datos determina:**

- a) El número y las ecuaciones de mallas del circuito (en función de las intensidades de malla). (1.0 p)
- b) Las potencias en las dos fuentes de tensión de 20V y de 12V, indicando si estas son generadas o consumidas (explica claramente por qué). (1.0 p)
- c) La diferencia de potencial entre los puntos A y D. (1.0 p)



**Solución:**

a) El número y las ecuaciones de mallas del circuito (en función de las intensidades de malla).

El circuito sólo tiene dos mallas (las a y b marcadas en la figura). Como sabemos las ecuaciones de mallas son aplicación directa de la segunda Ley de Kirchoff a un lazo, calculando las tensiones como productos de impedancia por intensidad (de malla en este caso).

Las ecuaciones son las siguientes:

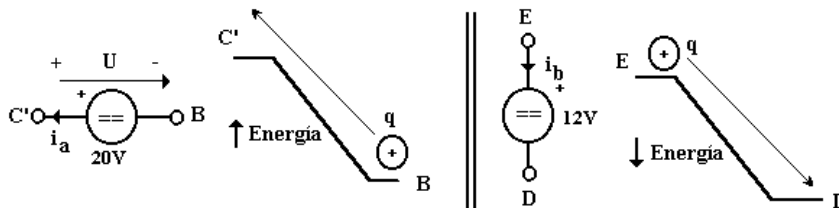
$$a: 5i_a + 10i_a + 15i_a + 20 = 0$$

$$b: 10i_b + 7i_b + 12 - 7i_b = 0$$

Fíjate que en este caso, como las mallas no tienen elementos en común en cada ecuación de malla aparecen sólo la propia intensidad de malla (es decir no aparece  $i_b$  en la ecuación de malla a), y por tanto la resolución de cada ecuación es independiente.

**b) Las potencias en las dos fuentes de tensión de 20V y de 12V, indicando si estas son generadas o consumidas (explica claramente por qué)**

Resolviendo las ecuaciones de mallas obtenemos que  $i_a = 0,667$  A e  $i_b = -0,5$  A (es decir nos hemos equivocado con el sentido de esta última). Las potencias sabemos que son el producto de tensión\*intensidad, pero hay que saber qué significa ese producto (si generamos o consumimos potencia, fíjate lo importante que puede ser para evitar problemas, saber si una batería se carga o se está descargando).



En el caso de la primera fuente tenemos que el potencial en el terminal C es mayor que el terminal B, mientras que la intensidad  $i_a$  lleva el sentido contrario (las cargas positivas van de terminal de menor a terminal de mayor potencial, es decir aumentan su energía), luego la fuente genera:

$$P_{20V} = u_{CB}(i_a) = 20(0,667) = 13,34 \text{ W}$$

En el caso de la fuente de 12V sucede exactamente lo mismo (fíjate que nos hemos equivocado de sentido y por tanto  $i_b$  va al revés):

$$P_{12V} = u_{ED}(i_b) = 12(0,5) = 6 \text{ W}$$

Si hubiésemos multiplicado directamente la tensión de la fuente (12V) por la intensidad ( $i_b$ ) se obtendrían -6W ¿qué significa este resultado?. En la figura inferior podemos ver que lo que estamos obteniendo es el valor de la energía por unidad de tiempo (potencia) que adquieren las cargas al pasar del punto E (mayor potencial) al D (menor potencial. Eso significa que la carga positiva pierde energía al pasar por la fuente (es decir esta consume) y el resultado

negativo significa que la suposición es errónea (NO consume, luego genera).

**c) La diferencia de potencial entre los puntos A y D**

Es muy sencillo calcular esta diferencia de potencial, ya que ésta es independiente del camino recorrido, pues vamos a llegar de A a D a través del camino A-B-C-E-D, o lo que es lo mismo:

$$U_{AD} = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD}$$

y cada una de esas tensiones "intermedias" pueden calcularse a partir de las ecuaciones de mallas:

$$\begin{aligned} u_{AB} &= 10(i_a) - 15(i_a) = 16,67 \text{ V} \\ u_{BC} &= 8 - 15 \text{ V} \\ u_{CD} &= 7(i_b) - 12 \text{ V} = 15,5 \text{ V} \end{aligned}$$

luego la tensión que buscamos es de 17,17 V.

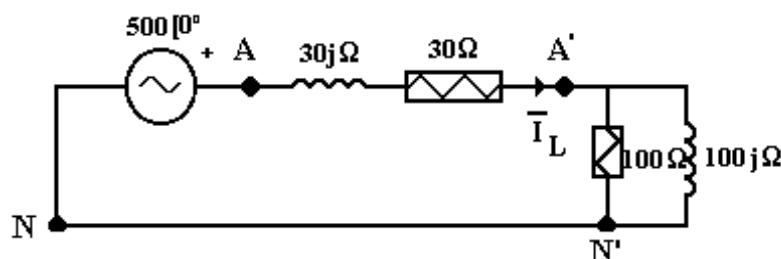
**P2) El sistema eléctrico trifásico mostrado en la figura está formado por una fuente de tensión en estrella de valor eficaz 500V, sin impedancia interna y frecuencia de 50 Hz. Dicha fuente trifásica se encuentra conectada, a través de una línea de impedancia por fase  $R=30\Omega$ ,  $X=30\Omega$ , con una carga en triángulo ( $R=300\Omega$ ;  $X=300\Omega$ ). Con estos datos define:**

- Un equivalente monofásico del sistema.
- La intensidad de línea en una fase cualquiera (valor eficaz).
- La potencia activa que suministra la fuente de tensión (trifásica).

**Solución:**

**a) Un equivalente monofásico del sistema.**

Para la fase A sería el siguiente (en el resto de las fases no tendríamos más que cambiar la fuente de tensión de la primera fase por las de la segunda o tercera)



**b) La intensidad de línea en una fase cualquiera (valor eficaz).**

$$I_{\text{línea}} = 4,42 \text{ (A)}$$

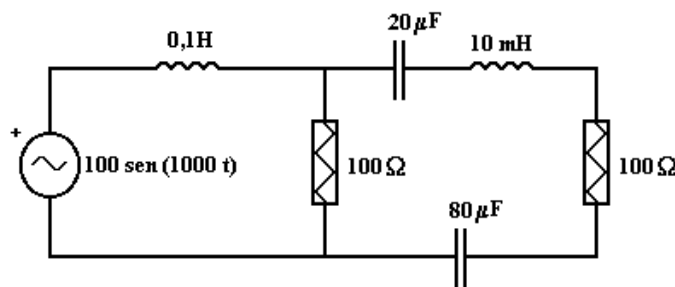
**c) La potencia activa que suministra la fuente de tensión (trifásica).**

$$P = 1562,7 \text{ W/fase (la reactiva sería 1562,7 VA)}$$

en conjunto la fuente trifásica genera 4,69 kW

**P3) El circuito eléctrico mostrado en la figura se encuentra en régimen estacionario -permanente- senoidal. Bajo estas condiciones se quiere determinar:**

- La impedancia de cada elemento pasivo. (0.7 p)
- Las ecuaciones de mallas de circuito. (0.8 p)
- Las potencias activas y reactivas (P y Q) consumidas o generadas por la fuente de tensión (indica claramente por qué estas potencias son generadas o consumidas). (1.5 p)



**Solución:**

**a) La impedancia de cada elemento pasivo.**

Bobinas:

$$\begin{aligned} \bar{Z}_L &= j(\omega L) = j(100)(L) \\ \bar{Z}_{0,1H} &= 100j \Omega \\ \bar{Z}_{10mH} &= 10j \Omega \\ j &= \sqrt{-1} \end{aligned}$$

Condensadores:

$$\bar{Z}_C = \frac{1}{j(\omega C)} = \frac{-j}{100(20 \times 10^{-6})} \Omega$$

$$\bar{Z}_{20\mu C} = -j50 \Omega$$

$$\bar{Z}_{80\mu C} = -j12,5 \Omega$$

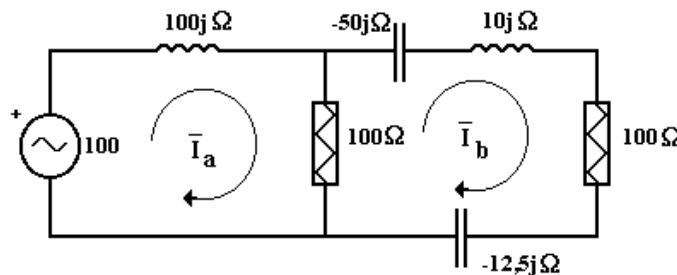
$$j = \sqrt{-1}$$

Resistencias:

$$\bar{Z}_R = R = 100 \Omega$$

**b) Las ecuaciones de mallas de circuito.**

Definiendo como mallas las a y b que se muestran en el enunciado, con intensidades de malla en sentido horario se tiene:



$$a: 100j\bar{I}_a + 100(\bar{I}_a + \bar{I}_b) = 100$$

$$b: 100(\bar{I}_b + \bar{I}_a) + (100 - 50j + 10j - 12,5j)\bar{I}_b = 0$$

**c) Las potencias activas y reactivas (P y Q) consumidas o generadas por la fuente de tensión (indica claramente por qué estas potencias son generadas o consumidas).**

Resolviendo el apartado b) anterior (sólo para la intensidad de malla a) tendríamos que:

$$\bar{I}_a = 0,506 + j0,833 = 0,974 \angle 1,102 \text{ rad}$$

Luego la potencia (generada, según vimos en el apartado b del problema 1 será):

$$\bar{S} = P + jQ = \bar{U}(\bar{I})^* = 100(0,506 - j0,833) = 50,6 - j83,3 \text{ VA}$$

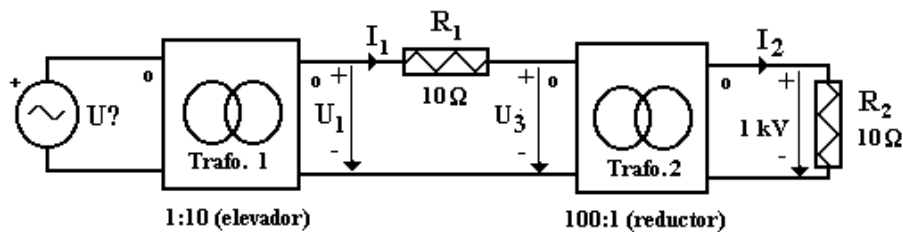
ambas generadas. También se podía haber utilizado las conocidas formulas:

$$P = UI \cos(\mu) \text{ y } Q = UI \sin(\mu)$$



**P4) En el circuito de la figura, se ha conectado una fuente tensión desconocida (valor eficaz  $U$ ) a dos transformadores; un elevador de tensión T1 (relación de transformación 1/10) y un transformador reductor de tensión T2 (con relación de transformación 100/1), con una resistencia intermedia entre ambos -véase el dibujo del circuito-. Con estos datos, y sabiendo que la tensión en la resistencia  $R_2$  es de 1kV determina:**

- La potencia suministrada por el transformador T2.
- El valor eficaz de la tensión  $U_1$ .
- La potencia generada por la fuente de tensión de tensión  $U$ .



**Solución:**

- La potencia suministrada por el transformador T2.

Conocemos la tensión y el valor de la resistencia a la que suministra potencia el transformador, luego:

$$P_{R_2} = \frac{U^2}{R_2} = \frac{1000^2}{10} = 100 \text{ kW}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = 100 \text{ A}$$

Como el transformador suponemos que es ideal, no tiene pérdidas internas y esa potencia es la misma que absorbe por su entrada).

- El valor eficaz de la tensión  $U_1$ .

En este caso aplicamos las ecuaciones de definición del transformador:

$$\frac{U_3}{U_{R_2}} = \frac{100}{1} \quad \vee \quad U_3 = 100(U_{R_2} = 100 \text{ kV})$$

Utilizando la relación de intensidades, podemos calcular análogamente el valor de  $I_1$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{100} \quad \vee \quad I_1 = 0,01(I_2 = 1 \text{ A})$$

y aplicando la segunda Ley de Kirchoff a la malla que se forma entre los dos transformadores tenemos:

$$U_1 = U_3 + R_1(I_1 = 100kV + 10 \text{ V} \cdot 100kV)$$

**c) La potencia generada por la fuente de tensión de tensión U.**

Este apartado es sencillo aplicando el principio de conservación de la energía, la potencia que genere la fuente U será la suma de las potencias que absorban el resto de elementos. Como los transformadores ideales no consumen no generan, los únicos elementos del circuito que absorben potencia son las dos resistencias R1 y R2, a saber:

$$P_{genU} = P_{R_1} + P_{R_2} = R_1(I_1^2) + P_{R_2} = 100 \text{ kW}$$